edice hravá věda
11-15 let

Hravá matematika

Hříčky s plochami i křivkami, úhly, čísly a šiframi

Matematické zajímavosti pro zvídavé

Radek Chajda

HRAVÁ MATEMATIKA

Hříčky s plochami i křivkami, úhly, čísly a šiframi

Radek Chajda

Hravá matematika

Hříčky s plochami i křivkami, úhly, čísly a šiframi

Radek Chajda

Jazyková korektura: Sabina Konečná
Odborná korektura: Jaroslav Švrček
Obálka: Martin Sodomka
Odpovědná redaktorka: Eva Mrázková
Technický redaktor: Jiří Matoušek

Objednávky knih:
www.albatrosmedia.cz
eshop@albatrosmedia.cz
bezplatná linka 800 555 513
ISBN 978-80-266-0055-8

Vydalo nakladatelství Edika v Brně roku 2012 ve společnosti Albatros Media a.s. se sídlem Na Pankráci 30, Praha 4. Číslo publikace 16 116.

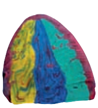
1. vydání

ALBATROS MEDIA a.s.

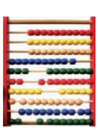
OBSAH

HRAJEME SI S GEOMETRIÍ

HRAJEME SI S POSLOUPNOSTMI



HRAJEME SI S FUNKCEMI



HRAJEME SI S VÝPOČETNÍ TECHNIKOU

ÚVODEM

Tato knížka je volným pokračováním úspěšného titulu Hravá matematika – hříčky s tělesy, křivkami, čísly a tvary, který vzbudil zájem všech příznivců matematiky na hravý způsob. Nyní vám přinášíme další výběr matematických lahůdek, které vás přesvědčí o tom, že matematika rozhodně není fádní a šedivá a v žádném případě se nejedná jen o počítání a rýsování. Tak to totiž na základě školské matematiky mnoha lidem může připadat, což je škoda.

Publikace je určena pro žáky základních škol či nižších ročníků víceletých gymnázií, nabízená témata navazují na učivo probírané ve škole a rozšiřují je. V obsahu knihy je u každé kapitoly uvedeno, pro jaký ročník je vhodná a na jaký tématický celek navazuje. Kniha přináší nový pohled na matematiku a její využití, učí vnímat matematiku v souvislostech. Doporučujeme ji rovněž učitelům matematiky jako sbírku námětů pro zpestření výuky.

Ostrouhejte tedy tužky, připravte pravítko, nůžky, fixy, tvrdý papír, špejle a barevné papíry a pusťte se do matematických specialit.

Doporučuji čtenářům, aby si po přečtení knihy všechno sami zkoušeli, protože jen tak je možné poznat pravou radost objevitele.

U symbolu červené kostky naleznete vždy hravý úkol.

Vstupte tedy do krásného a zajímavého světa matematiky.

Jste vítáni!

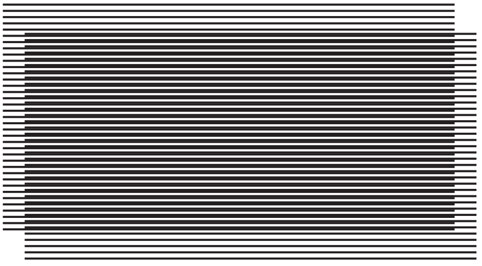
Autor

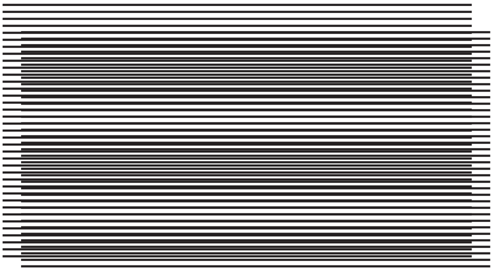
HRAJEME SI

S TVARY A KŘIVKAMI

1. Moaré

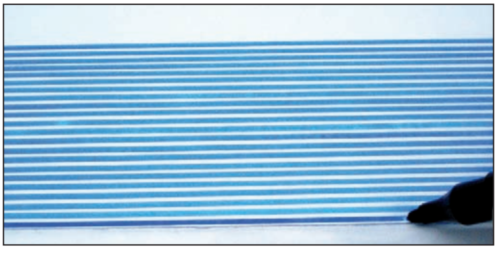
Moaré je zajímavý geometrický jev, s nímž se můžeme setkat všude tam, kde se překrývají dvě pravidelné struktury. Nejjednodušší případ nastane, budou-li položeny přes sebe dvě soustavy rovnoběžných čar se skoro stejným rozestupem. Ten „skoro stejný" rozestup je důležitý k tomu, aby nastal moaré efekt. Kdyby čáry v obou soustavách měly úplně přesně stejný rozestup, záleželo by na vzájemném posunutí jedné soustavy vůči druhé, zda by se čáry kryly, nebo by byly všechny o stejnou vzdálenost navzájem posunuté.

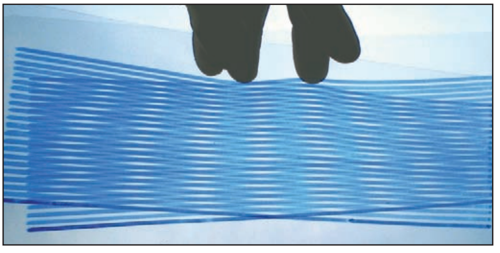




Soustavy rovnoběžných čar na druhém obrázku mají odlišný rozestup. Proto se čáry v některých místech kryjí, zatímco v jiných místech leží vedle sebe a jejich složením vzniká výsledná širší čára. Z dálky se nám zdá, jako by překrytím dvou soustav jemných čar vznikla nová soustava nějakých širokých pruhů, které tam předtím nebyly – nastal moaré efekt!

Ještě zajímavějšího efektu dosáhnete, když mřížky spolu nebudou rovnoběžné, ale budou svírat malý úhel. Vezměte dvě pevnější průhledné fólie a na každou z nich nakreslete černým lihovým fixem hustou mřížku složenou z rovnoběžných čar, mezi nimiž bude rozestup rovnající se tloušťce čáry.
Jinou možností je vytvořit takovou mřížku na počítači v kreslicím programu a vytisknout na laserové tiskárně na transparentní fólii pro tisk. Nouzově můžete použít i obyčejný papír a pozorovat proti světlu. Položte obě mřížky na sebe a měňte úhel. V místech průsečíků se překvapivě objeví nové, větší proužky jiného směru!

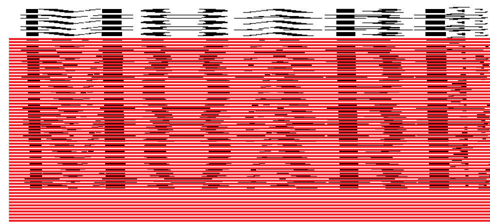




Nyní zkuste fóliemi po sobě posouvat nejprve ve svislém a pak ve vodorovném směru. Jak se chovají moaré proužky? Pro jednoduchost jsme začali rovnoběžnými proužky, moaré však vzniká i jinde.

Dají se dokonce vyrobit skryté nápisy, za normálních podmínek prakticky nečitelné, které se ve zvětšené podobě objeví až po přiložení příslušné mřížky. Nápis je totiž velmi úzký a mnohokrát se opakuje, ovšem s mírně odlišným rozestupem než je rozestup mřížky, takže se v každém řádku objeví jiná část písmen a tyto části z jednotlivých řádků dohromady dají velký nápis.

Působivé, že? Tento efekt je možné použít třeba v dětských knížkách, kde pomocí mřížky zviditelníme řešení úkolu.



Moaré však není jen hříčka. Dokáže zviditelnit drobné odchylky v pravidelnosti, neboť vzniklé tmavé pruhy jsou větší a lépe viditelné než ona drobná odchylka.

Chcete porovnat tkaninu vycházející ze stroje, zda má správnou hustotu? Stačí na ni přiložit kontrolní vzorek a podívat se proti světlu, odchylky okamžitě vyniknou.

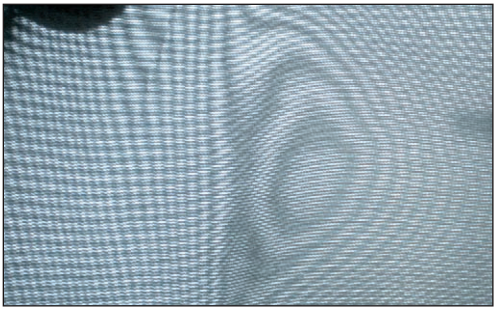
Při moaré topografii se zase na zkoumaný povrch promítá pravidelná jemná mřížka a přes druhou mřížku se povrch pozoruje. Takto se najdou i malé odchylky tvaru, nejen u průmyslových výrobků, ale i při lékařských vyšetřeních.

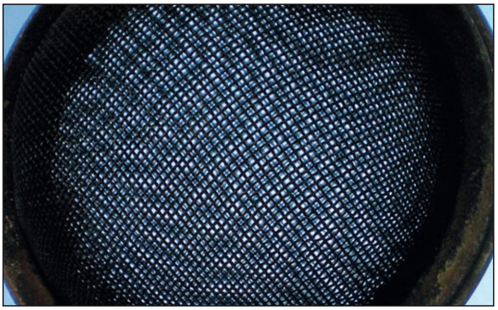
Moaré efekt může být v některých případech i nežádoucí. Nastává totiž také při elektronickém snímání obrazu, kdy snímací čip je složen z řad bodů a snímaný předmět obsahuje rovněž jemnou pravidelnou strukturu. Třeba když televizní kamera zabírá někoho v šatech s drobnými proužky či tvídové sukni s drobnými černými a bílými body. Proto televizní moderátoři nesmí nosit takové oblečení, které by způsobovalo moaré efekty.

Na moaré si musí dávat pozor i tiskaři. Tištěný barevný obraz se skládá z jemné struktury bodů základních barev. Je však nemilé, když je velikost některého z rastrů nepatrně odlišná, rázem se ve složeném obraze objeví nežádoucí efekty.

Máte-li na oknech sítě proti hmyzu, zkuste se přes jednu síť podívat na druhou, napnutou v rámu. Zdála se vám rovná? Nyní díky moaré efektu vidíte každou její nerovnost.

Pokud nemáte sítě proti hmyzu, zkuste se přes jednu napnutou záclonu podívat na druhou. Moaré najdete možná i tam, kde byste je vůbec nečekali. Prohlédněte si třeba tohle sítko na čaj.





2. Geometrie dláždění

Při dláždění jde o to, jak opakováním stejného tvaru vyplnit celou plochu. Podíváme-li se na situaci z geometrického hlediska, zjistíme, že některé tvary jsou pro dláždění obzvlášť vhodné. Určitě vás napadne čtverec. Naskládáme-li stejně velké čtverce vedle sebe, podaří se nám bez problémů vyplnit celou plochu.

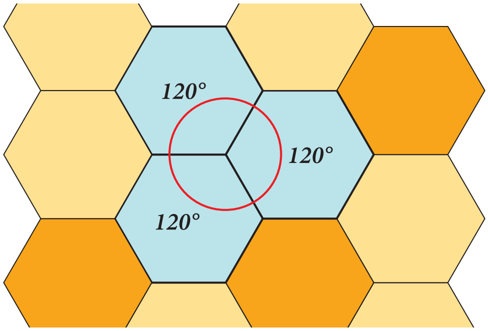
Navíc je čtvercový tvar jednoduchý na výrobu a také se dobře ukládá ve skladu vedle sebe, proto se čtvercové dlaždice používají nejčastěji.

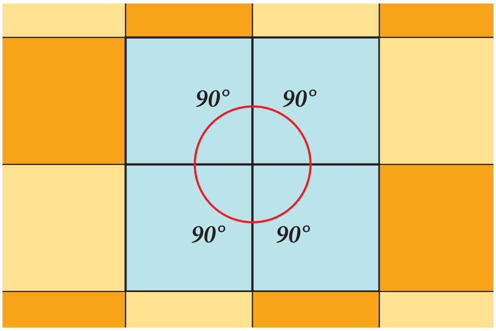
Má-li být plocha roviny vyplněna beze zbytku, musí hrany dlaždic v místě, kde se stýkají, tvořit plný úhel. Ten má velikost 360°. Čtvercové dlaždice se v rozích setkávají čtyři a roh každé z nich představuje úhel 90°, což vyhovuje našemu předpokladu, protože $4 \cdot 90° = 360°$.

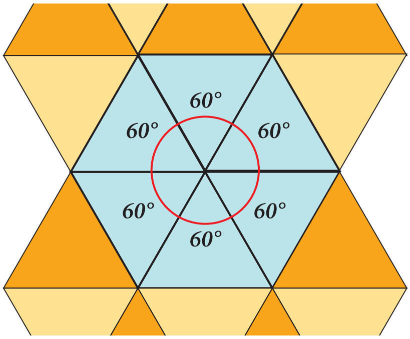
Plný úhel, tedy hodnota 360°, se dá rozdělit na stejné díly více způsoby:

Rozdělení plného úhlu	**Pravidelný rovinný útvar s příslušnou hodnotou vnitřních úhlů**	**Použitelnost pro dlaždice**
360° : 2 = 180°	neexistuje	ne
360° : 3 = 120°	šestiúhelník	ano
360° : 4 = 90°	čtverec	ano
360° : 5 = 72°	neexistuje	ne
360° : 6 = 60°	rovnostranný trojúhelník	ano

Při dělení vyššími čísly by nám vycházely ještě menší hodnoty vnitřních úhlů. Jenže žádné pravidelné rovinné útvary s takovými úhly neexistují. Musely by totiž mít méně vrcholů než trojúhelník, což není možné.







Proč není možné dláždit třeba pětiúhelníky? Vnitřní úhel pravidelného pětiúhelníku má velikost 108°. Víc než tři pětiúhelníky k sobě proto nedostanete. Jenže 3 · 108° = 324°, což je bohužel méně než 360°. Z toho vyplývá, že mezi pětiúhelníky zbude část plochy nepokrytá dlažbou a tato mezera se bude postupně rozšiřovat.